تصحيحات في الميكانيك
ERRATA MECANIQUE

<table>
<tr><th>التاريخ
Date</th><th>تصحيحات
Corrections</th></tr>
<tr><td>2009/10/15</td><td>
عنوان صفحة "ويب": تذاكير رياضية
الملف: Incertitudes Exo Corrigés.pdf   الصفحة: 16
<u>التمرين: 12.1</u>

<u>يأخذ في النص</u> $y = y_0 e^{-\omega t}$ <u>عوض</u> $y = e^{-\omega t} + y_0$
تعاد صياغة حل كل التمرين كما يلي:
بعد إدخال الدالة اللوغاريتمية على طرفي المعادلة، نحسب تفاضلها:
$$\log y = \log y_0 + \log e^{-\omega t} \Rightarrow \log y = \log y_0 - \omega t$$
$$d\left(\log y\right) = d\left(\log y_0\right) - d\left(\omega t\right)$$
نضع $X = \omega t$:
$$X = \omega t \Rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{d\omega}{\omega} + \frac{dt}{t} \Rightarrow dX = X\left[\frac{d\omega}{\omega} + \frac{dt}{t}\right]$$
و منه:
$$\frac{dy}{y} = \frac{dy_0}{y_0} - \omega t\left(\frac{d\omega}{\omega} + \frac{dt}{t}\right)$$
نمرّ إلى الارتياب النسبي ثم نستنتج الارتياب المطلق:
$$\boxed{\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta y_0}{y_0} + \omega t\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} + \frac{\Delta t}{t}\right) \Leftrightarrow \Delta y = y\left[\frac{\Delta y_0}{y_0} + t\Delta\omega + \omega\Delta t\right]}$$
</td></tr>
<tr><td>15/10/2009</td><td>
Titre de la page web : Rappels mathématiques
Fichier : Incertitudes Exo Corrigés.pdf   Page 16

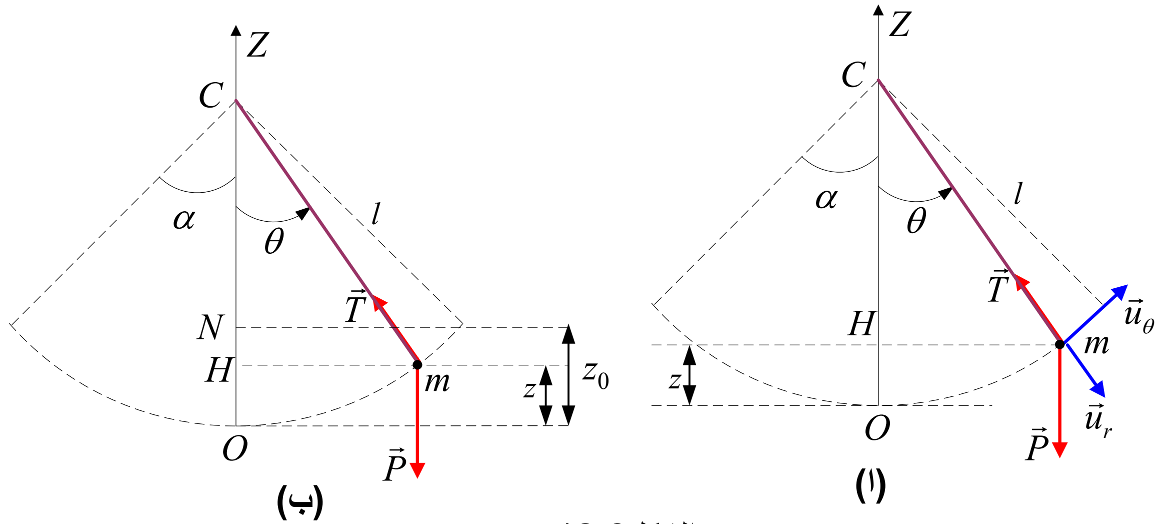
<u>Exercice 1.12 :</u>
<u>Prendre dans l'énoncé</u> $y = y_0 e^{-\omega t}$ <u>au lieu de</u> $y = e^{-\omega t} + y_0$
Reformuler tout le corrigé comme suit :
Après introduction de la fonction logarithmique dans les deux membres de l'équation nous obtenons : $\log y = \log y_0 + \log e^{-\omega t}$
Sa différentielle est :
$$\log y = \log y_0 + \log e^{-\omega t} \Rightarrow \log y = \log y_0 - \omega t$$
$$d\left(\log y\right) = d\left(\log y_0\right) - d\left(\omega t\right)$$
Posons $X = \omega t \Rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{d\omega}{\omega} + \frac{dt}{t} \Rightarrow dX = X\left[\frac{d\omega}{\omega} + \frac{dt}{t}\right]$
D'où :
</td></tr>
</table>

	$$\frac{dy}{y}=\frac{dy_0}{y_0}-\omega t\left(\frac{d\omega}{\omega}+\frac{dt}{t}\right)$$ On passe à l'incertitude relative pour en déduire l'incertitude absolue : $$\boxed{\frac{\Delta y}{y}=\frac{\Delta y_0}{y_0}+\omega t\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}+\frac{\Delta t}{t}\right)\Leftrightarrow \Delta y=y\left[\frac{\Delta y_0}{y_0}+t\Delta\omega+\omega\Delta t\right]}$$
2009/10/15	**عنوان صفحة "ويب": تذاكير رياضية** **الملف: Vecteurs cours.pdf** **الصفحة: 23** **في فقرة خصائص الجداء السلمي:** إقرإ: $\vec{V}_1.\vec{V}_2=\vec{V}_2.\vec{V}_1$ **بدلا من** $\vec{V}_1+\vec{V}_2=\vec{V}_2+\vec{V}_1$
2010/5/21	**عنوان صفحة "ويب": تذاكير رياضية** **الملف: Vecteurs Exo_Enoncés.pdf** **الصفحة: 32** إقرإ في د/: $\cos\alpha=\frac{\vec{V}_1.\vec{V}_3}{V_1V_3}\Rightarrow \quad \cos\alpha=\frac{31}{\sqrt{41}.\sqrt{35}}=\frac{31}{37,88}\ ,\ cos\alpha\approx 0,82\Rightarrow \boxed{\alpha\approx 35,1°}$
15/10/2009	Titre de la page web : **Rappels mathématiques** Fichier : **Vecteurs cours.pdf** **Page 24** **Dans le paragraphe relatif aux propriétés du produit scalaire :** Lire $\vec{V}_1.\vec{V}_2=\vec{V}_2.\vec{V}_1$ **au lieu de** $\vec{V}_1+\vec{V}_2=\vec{V}_2+\vec{V}_1$
21/5/2010	Titre de la page web : **Rappels mathématiques** Fichier : **Vecteurs cours.pdf** **Page 33** Lire dans d/ : $\cos\alpha=\frac{\vec{V}_1.\vec{V}_3}{V_1V_3}\Rightarrow \quad \cos\alpha=\frac{31}{\sqrt{41}.\sqrt{35}}=\frac{31}{37,88}\ ,\ cos\alpha\approx 0,82\Rightarrow \boxed{\alpha\approx 35,1°}$
15/11/2009	**عنوان صفحة "ويب": الأنظمة الرئيسية للإحداثيات** **الملف: Systèmes de Coordonnées_cours.pdf** **الصفحة: 40** ملاحظة: لتغطية كل الفراغ بالإحداثيات الكروية، نقبل تغير: **نقرأ:** r من 0 إلى ∞ ، θ من 0 إلى π ، φ من 0 إلى 2π

	بدلا من: r2 من 0 إلى ∞ ، θ من 0 إلى 2π ، φ من 0 إلى π
15/11/2009	**Titre de la page web : Principaux système de coordonnées** **Fichier** : **Systèmes de Coordonnées_cours.pdf** **Page 41** **Remarque : Pour couvrir tout l'espace en coordonnées sphériques, nous admettons les variations :** **Lire** : de 0 à ∞, θ de 0 à π, φ de 0 à 2π **au lieu de :** de 0 à ∞, θ de 0 à 2π, φ de 0 à π
26/11/2009	**عنوان صفحة "ويب": الحركة في الفضاء** **الملف:Mouv Espace_Cours.pdf** **الصفحة: 94** ▪ **نقرأ:** نذكّر بالعلاقات 16.3 و 17.3 بين أشعة القاعدة $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ و $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: **بدلا من: :** نذكّر بالعلاقات 17.4 و 18.4 بين أشعة القاعدة $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ و $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:
	عنوان صفحة "ويب": الحركات المستقيمة **الملف:Mouv rectiligne_Cours.pdf** **الصفحة: 67** **آخر سطر:** $\boxed{a=-0.01x}$ $a=\dot{v}=-0.04\sin(0.1t+0.5)=-0.01x$ **عوض:** $\boxed{a=-0.04x}$ $a=\dot{v}=-0.04\sin(0.1t+0.5)=-0.04x$
26/11/2009	**Titre de la page web : Mouvement dans l'espace** **Fichier : Mouv Espace_cours.pdf** **Page 95** **Lire :** Rappelons les deux relations **3.16** et **3.17** entre les vecteurs de la base $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ et ceux de la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: **Au lieu de :** Rappelons les deux relations **4.17** et **4.18** entre les vecteurs de la base $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ et ceux de la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:
7/1/2010	**Titre de la page web : Travail et Energie** **Fichier :Travail_Energie_Cours.pdf** **Page 197** **Exemple 6.2 : m=2kg**
7/1/2010	**Titre de la page web : Travail et Energie** **Fichier :Travail_Energie_Cours.pdf** **Page 204** **Exemple6.6 : Erreur de signes** **Lire :** **Réponse :** Cherchons les composantes de la force en exploitant l'expression 6.29 : $F_x=-\frac{\partial E_p}{\partial x}=-4x+y$; $F_y=-\frac{\partial E_p}{\partial y}=x-z$; $F_z=-\frac{\partial E_p}{\partial z}=-y$

	D'où l'expression vectorielle de la force : $\vec{F}=(-4x+y).\vec{i}+(x-z).\vec{j}-y.\vec{k}$ Vérifions maintenant que $\vec{F}$ dérive du potentiel $E_p(x,y,z)$ soit $\overrightarrow{rot}\vec{F}=\vec{0}$: $\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial x}\Rightarrow +1=+1;\ \frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x}\Rightarrow 0=0;\ \frac{\partial F_z}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial z}\Rightarrow -1=-1$ Donc la force dérive bien d'un potentiel.
7/1/2010	**عنوان صفحة "ويب": العمل و الطاقة** **الملف:Travail_Energie_Cours.pdf** **الصفحة: 206** **نقرأ:** **الحل**: نبحث عن مركبات القوة و ذلك باستغلال العبارة (29.6) : $F_x=-\frac{\partial E_p}{\partial x}=-4x+y \quad ; \quad F_y=-\frac{\partial E_p}{\partial y}=x-z \quad ; \quad F_z=-\frac{\partial E_p}{\partial z}=-y$ و منه فإن العبارة الشعاعية للقوة هي: $\vec{F}=(-4x+y).\vec{i}+(x-z).\vec{j}-y.\vec{k}$ نتحقق الآن من أن $\vec{F}$ مشتقة من الكمون $E_p(x,y,z)$ أي $\overrightarrow{rot}\vec{F}=\vec{0}$: $\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial x}\Rightarrow +1=+1;\ \frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x}\Rightarrow 0=0;\ \frac{\partial F_z}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial z}\Rightarrow -1=-1$ بالفعل القوة مشتقة من كمون.
7/1/2010	**Titre de la page web : Dynamique du point matériel** **Fichier : Dynmq pt mat_EXO_Corrigés_Fr.pdf** **Page 174** **Exercice 5.7** **Dans l'équation 2 lire m_2 au lieu de m_1** **Dans les équations 2 et 4 lire α au lieu de α_1**
7/1/2010	**عنوان صفحة "ويب": تحريك النقطة المادية** **الملف: Dynmq pt mat_EXO_Corrigés.pdf** **الصفحة:175** **التمرين7.5:** **في المعادلة 2 نقرأ m_2 عوض m_1** **في المعادلتين 2 و 4 نقرأ α عوض α_1**
10/1/2009	**Titre de la page web : Travail et Energie** **Fichier :Travail_Energie_Cours.pdf** **Page 212** **Pour les cas cités dans cette page il faut lire :** L'énergie **mécanique** **(au lieu de potentielle)**

	correspondant à la droite (…) qui coupe la courbe $E_p(x)$ ……
	عنوان صفحة "ويب": العمل و الطاقة **الملف:Travail_Energie_Cours.pdf** **الصفحة:208** **نقرأ:** $\Delta E_c = \frac{1}{2}k.x_A^2 - \frac{1}{2}k.x_B^2 = -\Delta E_p$ **عوض:** $\Delta E_c = \frac{1}{2}k.x_A^2 - \frac{1}{2}k.x_B^2 = \Delta E_p$
	Titre de la page web : Travail et Energie **Fichier :Travail_Energie_Cours.pdf** **Page 206** **Equation 6.39 :** **Lire :** $\Delta E_c = \frac{1}{2}k.x_A^2 - \frac{1}{2}k.x_B^2 = -\Delta E_p$ **au lieu de :** $\Delta E_c = \frac{1}{2}k.x_A^2 - \frac{1}{2}k.x_B^2 = \Delta E_p$
	عنوان صفحة "ويب": العمل و الطاقة **الملف:Travail_Energie_Cours.pdf** **الصفحة:211+210** **يعاد التحليل كالتالي:** ✓ **طاقة الهزاز:**(énergie de l'oscillateur) يمثل الشكل 12.6 (ا) نواسا بسيطا (الخيط عديم الإمتطاط و طوله l). تخضع الكتلة m للقوتين ، ثقلها $\vec{P}$ و التوتر $\vec{T}$ للخيط. الثقل مشتق من كمون بينما عمل التوتر $\vec{T}$ معدوم بما أن حامله عمودي على المسار في كل لحظة. نأخذ كمبدإ للطاقة الكامنة المستوى الأفقي المار من النقطة O. من أجل الوضع المناسب للزاوية θ: $$E_p = mgz = mg(OH) = mg(CO - CH) = mgl(1-\cos\theta)$$ عبارة السرعة الدائرية المماسة للمسار هي: $\vec{v} = l\dot{\theta}.\vec{u}_\theta$



الشكل12.6

يمكننا الآن حساب الطاقة الميكانيكية للنواس (أو ما يسمى بالتكامل الأول للطاقة :

$$\boxed{E_M = E_p + E_c = mgl(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 = C^{te}} \qquad (41.6)$$

نقسم المعادلة (41.6) على ml^2، ثم نضع $\omega_0{}^2 = \frac{g}{l}$ لتصبح عبارة الطاقة الميكانيكية على الشكل التالي:

$$\boxed{\dot{\theta}^2 + 2\omega_0{}^2(1-\cos\theta) = K} \qquad (42.6)$$

حيث $K = \frac{2.C^{te}}{ml^2}$ ثابت تحدده الشروط الإبتدائية. فمثلا إذا أخذنا $\dot{\theta}_0 = 0$ من أجل $\theta_0 = \alpha$، في هذه الحالة و حسب الشكل 11.6 (ب) :

$$\Delta E_M = 0 \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c \Rightarrow -mg(z_0 - z) = \frac{1}{2}ml^2\ddot{\theta}^2$$

$$-mgl(\cos\theta - \cos\alpha) = \frac{1}{2}ml^2\ddot{\theta}^2$$

وفي مثل هذه الشروط فإن المعادلة (42.6) تصبح:

$$\boxed{\dot{\theta}^2 + 2\omega_0{}^2(\cos\alpha - \cos\theta) = 0} \qquad (43.6)$$

✓ **معادلة الحركة:** (équation du mouvement)

معادلة الحركة هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية. نحصل عليها باشتقاق المعادلة السابقة (43.6) بالنسبة للزمن:

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^{\ 2} \sin\theta = 0} \qquad (44.6)$$

Titre de la page web : Travail et Energie
Fichier :Travail_Energie_Cours.pdf **Page 208**

Relire la page 208 comme suit :

D'après la figure 6.12 (b), pour une position correspondant à l'angle θ on a :

$$E_p = mgz = mg(OH) = mg(CO - CH) = mgl(1 - \cos\theta)$$

L'expression de la vitesse circulaire tangente à la trajectoire est : $\vec{v} = l\dot{\theta}.\vec{u}_\theta$

On peut calculer maintenant l'énergie mécanique du pendule (appelée aussi la première intégration de l'énergie) :

$$\boxed{E_M = E_p + E_c = mgl(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 = C^{te}} \qquad \textbf{(6.41)}$$

Divisons l'équation (6.41) par ml^2 et posant $\omega_0^{\ 2} = \frac{g}{l}$, l'expression de l'énergie mécanique s'écrit alors sous la forme :

$$\boxed{\dot{\theta}^2 + 2\omega_0^{\ 2}(1 - \cos\theta) = K} \qquad \textbf{(6.42)}$$

Où $K = \frac{2.C^{te}}{ml^2}$ est une constante déterminée par les conditions initiales. Si on prend par exemple $\dot{\theta}_0 = 0$ pour $\theta_0 = \alpha$, dans ce cas et d'après la figure 6.12 (a), on a :

$$\Delta E_M = 0 \Rightarrow -\Delta E_p = \Delta E_c \Rightarrow -mg(z - z_0) = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2$$

$$-mgl(\cos\theta - \cos\alpha) = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2$$

Pour de pareilles conditions l'équation 6.42 devient :

$$\boxed{\dot{\theta}^2 + 2\omega_0^{\ 2}(\cos\alpha - \cos\theta) = 0} \qquad \textbf{(6.43)}$$

- **Equation du mouvement** (معادلة الحركة) :

L'équation du mouvement est une équation différentielle de deuxième ordre. On l'obtient en dérivant, par rapport au temps, l'équation précédente 6.43 :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^{\ 2} \sin\theta = 0} \qquad \textbf{(6.44)}$$

Pour des oscillations de faible amplitude ($\sin\theta \simeq \theta_{(rad)} \Leftarrow 10° \geq \theta$), l'équation s'écrit :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^{\ 2}\theta = 0} \qquad \textbf{(6.45)}$$

La solution générale de cette équation est :

$$\boxed{\theta = \alpha\cos(\omega t + \varphi)} \qquad \textbf{(6.46)}$$

Cela nous indique que le mouvement est un mouvement de rotation

	sinusoïdal de pulsation ω_0, et de période : $$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$ **(6.47)**
13/1/2010	**عنوان صفحة "ويب": الحركات المستقيمة** **الملف:** **Mouv_rect_cours**.pdf **الصفحة:63** **نقرأ في المعادلة 4.14:** $v = at + v_0$ **عوض** $v = v_0 t + v_0$
13/1/2010	**Titre de la page web : Mouvements rectilignes** **Fichier :Mouv_Rect_Cours.pdf** **Page 65** **Lire dans l'équation 4.14 :** $v = at + v_0$ **au lieu de** $v = v_0 t + v_0$
15/1/2010	**Titre de la page web : Dynamique du point matériel** **Fichier : Dynmq pt mat_EXO_Corrigés_Fr.pdf** **Page 175** **Exercice5.8** **Sur la figure (b), remplacer** $\vec{f}_{s,mqx}$ **par** $\vec{f}_c$
15/1/2010	**عنوان صفحة "ويب": تحريك النقطة المادية** **الملف:** Dynmq pt mat_EXO_Corrigés.pdf **الصفحة:175** **التمرين 8.5** **في الشكل (ب) نعوّض** $\vec{f}_{s,mqx}$ **بـــ** $\vec{f}_c$
8/10/2010	**عنوان صفحة "ويب": تذاكير رياضية** **الملف:** **Vecteurs cours.pdf** **الصفحة: 22** المعادلة 13.2 تصحح كما يلي: $\boxed{\vec{V}_1.\vec{V}_2 = \frac{1}{2}\left[\left\lVert\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right\rVert^2 - \left\lVert\vec{V}_1\right\rVert^2 - \left\lVert\vec{V}_2\right\rVert^2\right]}$ عوض $\boxed{\vec{V}_1.\vec{V}_2 = \frac{1}{2}\left[(V_1 + V_2)^2 - V_1^2 - V_2^2\right]}$
8/12/2010	Titre de la page web : **Rappels mathématiques** Fichier : **Vecteurs cours.pdf** **Page 23** **Corriger l'équation 2.13 comme suit :** $$\boxed{\vec{V}_1.\vec{V}_2 = \frac{1}{2}\left[\left\lVert\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right\rVert^2 - \left\lVert\vec{V}_1\right\rVert^2 - \left\lVert\vec{V}_2\right\rVert^2\right]}$$ **au lieu de** $\boxed{\vec{V}_1.\vec{V}_2 = \frac{1}{2}\left[(V_1 + V_2)^2 - V_1^2 - V_2^2\right]}$

23/10/2010	**عنوان صفحة "ويب": تذاكير رياضية** **الملف: Les incertitudes cours.pdf** **الصفحتان: 10 و 12** المعادلة 9.1 تصحح كما يلي: $y = nu + pv - qw + k \Rightarrow \Delta y = \lvert n\rvert \Delta u + \lvert p\rvert \Delta v + \lvert q\rvert \Delta w$ و المعادلة 12.1 تصبح كما يلي: $\frac{\Delta y}{y} = \left\lvert \frac{\alpha}{u} - \frac{\gamma}{u+v} \right\rvert \Delta u + \left\lvert \frac{\beta}{v} - \frac{\gamma}{u+v} \right\rvert \Delta v + \left\lvert \frac{\delta}{t} \right\rvert \Delta t$
23/10/2010	Titre de la page web : **Rappels mathématiques** Fichier : **Les incertitudes cours.pdf** **Pages 10 et 12** **Corriger l'équation 1.9 comme suit :** $y = nu + pv - qw + k \Rightarrow \Delta y = \lvert n\rvert \Delta u + \lvert p\rvert \Delta v + \lvert q\rvert \Delta w$ **Et l'équation 1.12 devient :** $\frac{\Delta y}{y} = \left\lvert \frac{\alpha}{u} - \frac{\gamma}{u+v} \right\rvert \Delta u + \left\lvert \frac{\beta}{v} - \frac{\gamma}{u+v} \right\rvert \Delta v + \left\lvert \frac{\delta}{t} \right\rvert \Delta t$
	Titre de la page web : **Rappels mathématiques** Fichier : **Incertitudes_EXO_corrigés .pdf** **Page 16** **Exercice 1.10 :** **Prendre les valeurs absolues comme suit :** $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta C_1}{C_1} \left\lvert 1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right\rvert + \frac{\Delta C_2}{C_2} \left\lvert 1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right\rvert$
23/10/2010	**عنوان صفحة "ويب": تذاكير رياضية** **الملف: Incertitudes_EXO_corrigés.pdf** **الصفحة: 16** **التمرين 10.1:** **نأخذ القيم المطلقة كالتالي:** $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta C_1}{C_1} \left\lvert 1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right\rvert + \frac{\Delta C_2}{C_2} \left\lvert 1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right\rvert$